

Analysis III

5. Übungsblatt

Theorieaufgaben

1. Geben Sie eine präzise Definition einer L -dimensionalen Untermannigfaltigkeit an.
2. Geben Sie eine präzise Definition des Riemann-Stieltjes-Integral an.

Rechen-/Beweisaufgaben

Aufgabe 18

- a) Zeigen Sie, dass die Kugel $S^{n-1} := \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| = 1\}$ eine $(n-1)$ -dimensionale Untermannigfaltigkeit des \mathbb{R}^n ist.
- b) Zeigen Sie, dass die Menge $M := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + zy = 0 = z + y\}$ eine 1-dimensionale Untermannigfaltigkeit des \mathbb{R}^3 ist.

Aufgabe 19

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen die totale Variation:

a) $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \chi_{\mathbb{Q}}(x)$.

b) $g: [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$g(x) := \begin{cases} |x| & \text{für } x \in [-1, 1] \\ 2x & \text{für } x \in (1, 3] \\ -x^2 & \text{für } x \in (3, 4]. \end{cases}$$

c) $h: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$h(x) := \begin{cases} 0 & \text{für } x = 0 \\ x \cos\left(\frac{\pi}{2x}\right) & \text{für } x \in (0, 1]. \end{cases}$$