Tipler-Mosca

6. Arbeit und Energie

6.1 Arbeit und kinetische Energie (Work and kinetic energy)
6.2 Das Skalarprodukt (The dot product)
6.3 Arbeit und Energie in drei Dimensionen (Work and energy in three dimensions)
6.4 Potentielle Energie (Potential energy)

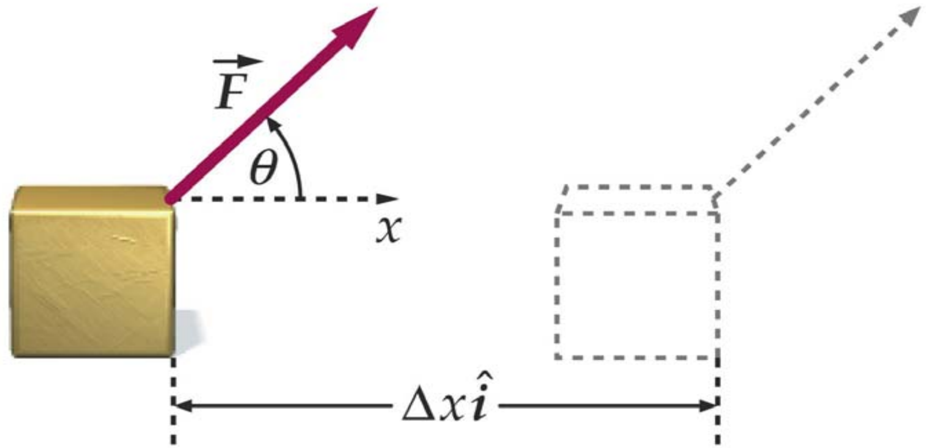
Dubbel

6.1 Arbeit und kinetische Energie Work and kinetic energy)

Eindimensionale Bewegung mit konstanten Kräften

$$W = F_x \,\Delta x = F \cos\theta \,\Delta x \qquad \text{6-1}$$

WORK BY A CONSTANT FORCE



SI-Einheit von Arbeit und Energie:
Joule (J)
1 J = 1 N m

in der Atomphysik, Molekülphysik, Kernphysik, Festkörperphysik
Elektronenvolt (eV)
siehe auch Teil 23 23.1 Die Potentialdifferenz
1 eV = 1.6×10^{-19} J

Der Zusammenhang zwischen Gesamtarbeit und kinetischer Energie

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \qquad 6\text{-}6$$

DEFINITION—KINETIC ENERGY

The total work done on a particle is equal to the change in its kinetic energy:

$$W_{\text{total}} = \Delta K \qquad 6\text{-}7$$

WORK–KINETIC ENERGY THEOREM

$F_x = ma_x$ mit $a_x = \text{konst}$

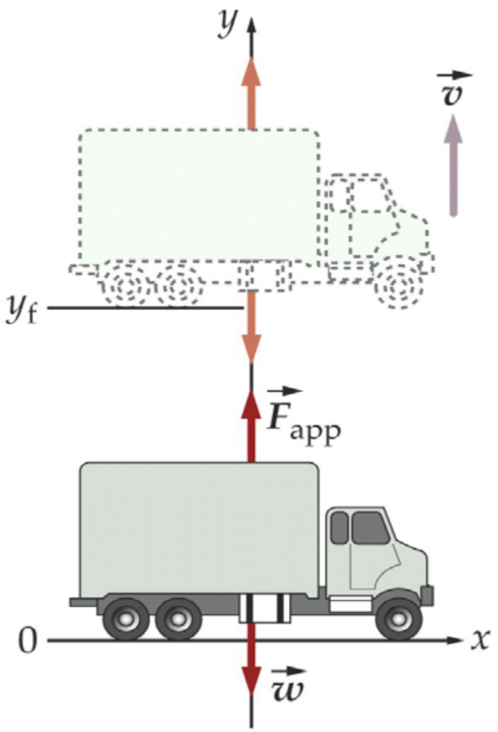
aus Gl. (2.17) $v_{f,x}^2 = v_{i,x}^2 + 2a_x \Delta x \quad \Rightarrow \quad a_x = \frac{1}{2\Delta x}\left(v_{f,x}^2 - v_{i,x}^2\right)$

$$F_x = ma_x = \frac{m}{2\Delta x}\left(v_{f,x}^2 - v_{i,x}^2\right) \quad \Rightarrow$$

$$F_x \Delta x = W = \frac{m}{2}\left(v_{f,x}^2 - v_{i,x}^2\right) = \frac{1}{2}mv_{f,x}^2 - \frac{1}{2}mv_{i,x}^2 = E_{kin,f} - E_{kin,i}$$

wobei $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$

Beispiel 6.1: Verladung mit einem Kran



aus $W = \left|\vec{F}\right| \cos\theta \, \Delta y \quad \Rightarrow$

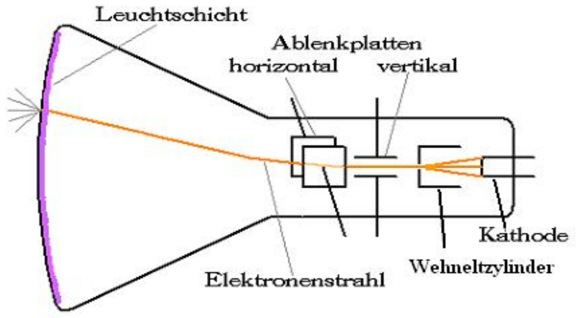
mit $\theta = 0°$ $\quad \left|\vec{F}\right| = 31\,\text{kN} \quad \Delta y = 2\text{ m} \quad \Rightarrow \quad W_{\text{app}} = 62\text{ kJ}$

mit $\theta = 180°$ $\quad m = 3000\text{ kg} \quad g = 9.81\,\text{m}\,\text{s}^{-2} \quad \Rightarrow \quad |mg| = 29.43\text{ kN} \quad \Rightarrow$ mit $\Delta y = 2\text{ m} \quad \Rightarrow \quad W_g = -58.8\text{ kJ}$

aus $W = \Delta E_{\text{kin}} \quad \Rightarrow \quad W_{\text{app}} + W_g = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \quad \Rightarrow$

mit $v_i = 0 \quad \Rightarrow \quad v_i = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2\left(W_{\text{app}} + W_g\right)}{m}} = 1.45\text{ m s}^{-1}$

Beispiel 6.2: Die Kraft auf einem Elektron



aus Gl. (6.1), (6.6) und (6.7) $\Rightarrow$

$$W = F_x \Delta x = \Delta E_{\mathrm{kin}} = E_{\mathrm{kin},f} - E_{\mathrm{kin},i}$$

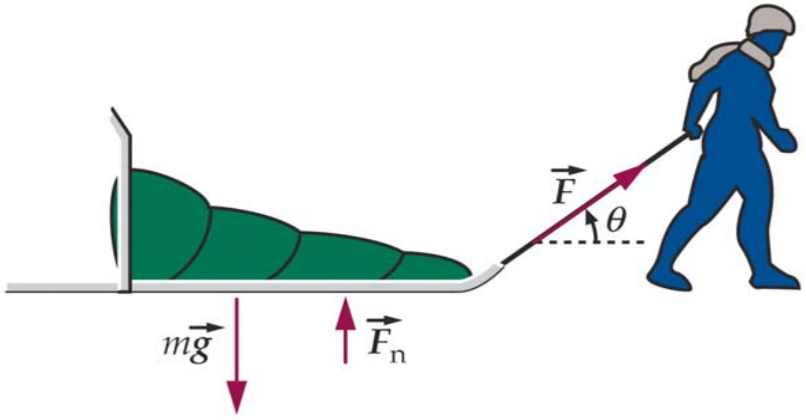
mit $E_{\mathrm{kin},i} = 0\ \mathrm{eV}$ $\quad E_{\mathrm{kin},f} = 2.5\ \mathrm{keV}$ $\quad \Delta x = 0.8\ \mathrm{m}$ $\quad \Rightarrow$

$$F_x = \frac{E_{\mathrm{kin},f} - E_{\mathrm{kin},i}}{\Delta x} \quad \Rightarrow$$

$$F_x = \frac{2.5\ \mathrm{keV}}{0.8\ \mathrm{m}} = \frac{2.5\times 10^{3}\ 1.6\times 10^{-19}\,\mathrm{J}}{0.8\ \mathrm{m}} = \frac{10}{8}\frac{10}{4}\frac{16}{10}\times 10^{-16}\ \frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{m}} = 5.0\times 10^{-16}\ \mathrm{N}$$

siehe auch
Wikipedia Kathodenstrahlröhre

Beispiel 6.3: Schlittenrennen
vergleiche auch Beispiel 4.5 Schlittenrennen



aus $\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad m\vec{g} + \vec{F}_n + \vec{F} = m\vec{a}$

mit $g_x = 0 \quad g_y = -g \quad F_{n,x} = 0 \quad F_{n,y} = F_n \quad F_x = F\cos\theta \quad F_y = F\sin\theta$

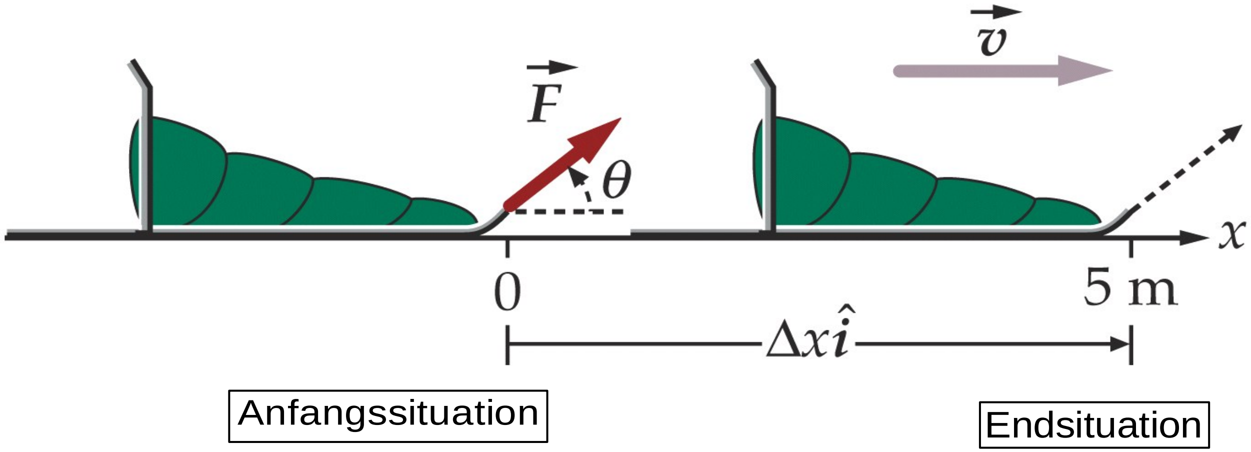
x-Komponente: $F\cos\theta = m\,a_x$

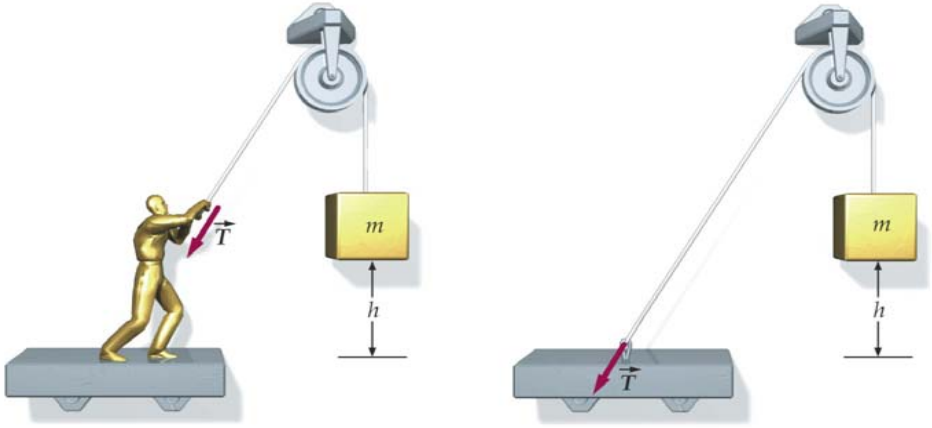
y-Komponente: $-mg + F_n + F\sin\theta = 0$

aus $W = F_x\,\Delta x \quad \Rightarrow \quad W = F\cos\theta\,\Delta x$

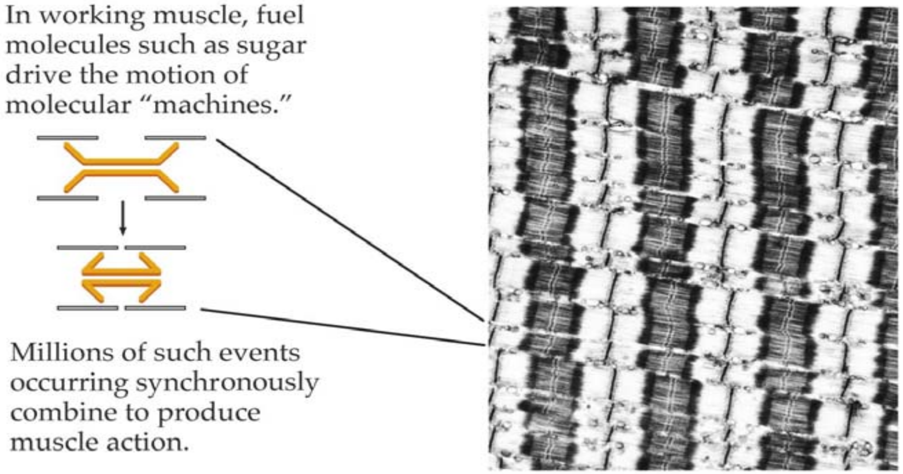
aus Gl. (6.7) $W = \Delta E_{kin} \quad \Rightarrow \quad W = \frac{1}{2}mv_{f,x}^2 - \frac{1}{2}mv_{i,x}^2 \quad \Rightarrow$

mit $v_i = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{f,x} = \sqrt{\frac{2W}{m}}$





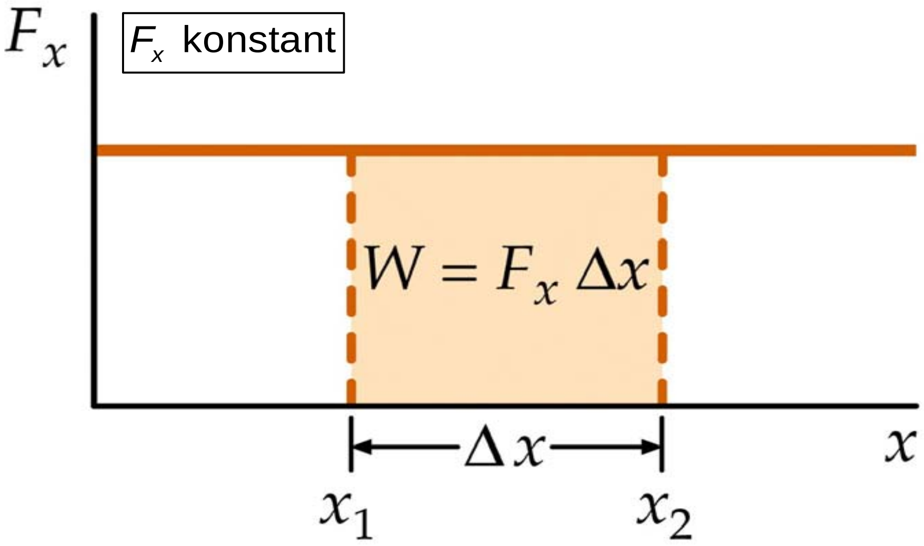
Das Halten eines schweren Körpers in einer festen Stellung erfordert das Aufbringen von Energie, aber laut Definition wird keine Arbeit verrichtet.
Muskelarbeit: während des Haltens des Gewichtes wird in den Muskeln chemische Energie in Wärmeenergie umgewandelt.

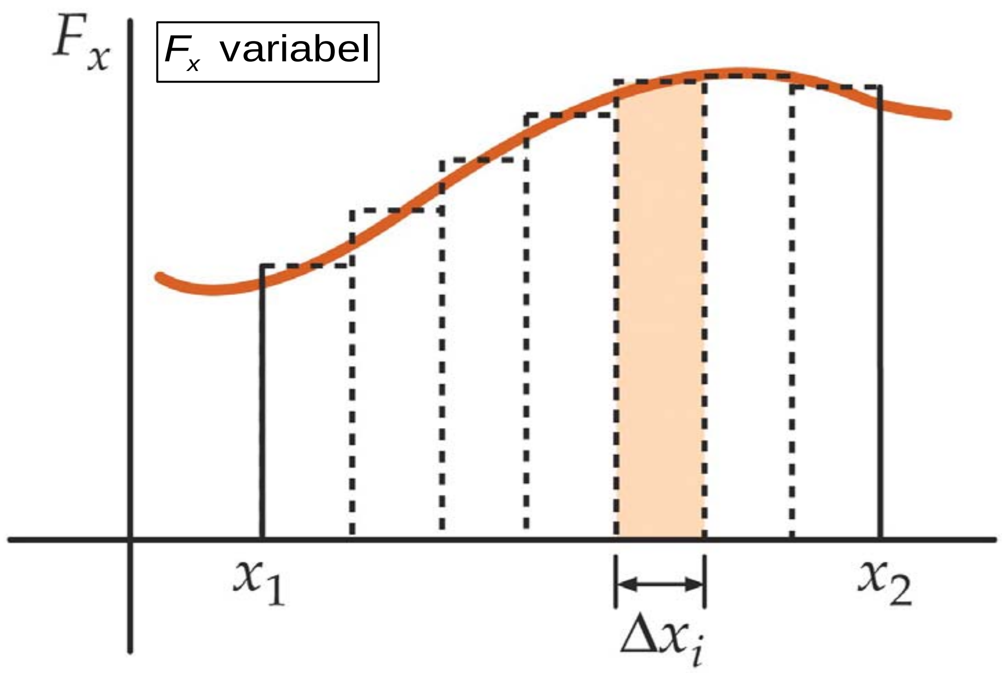


Die von einer ortsabhängigen Kraft verrichtete Arbeit

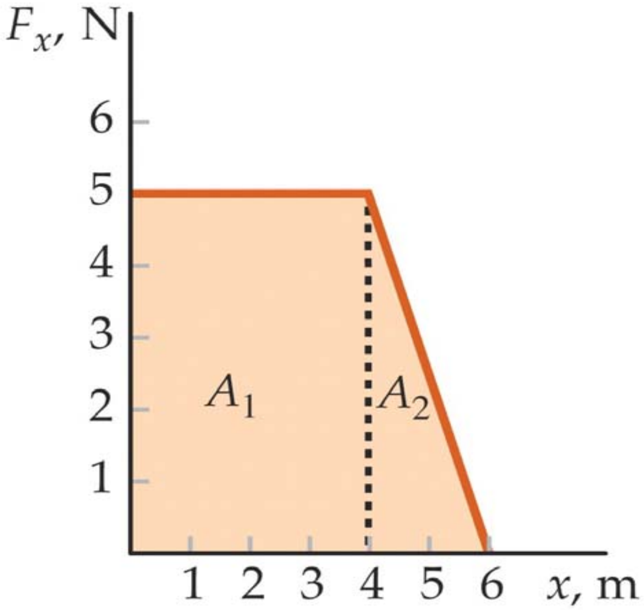
$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x \, dx = \text{area under the } F_x\text{-versus-}x \text{ curve} \qquad 6\text{-}9$$

WORK BY A VARIABLE FORCE





Beispiel: 6.4: Die an einem Teilchen verrichtete Arbeit



aus $W = \int_{x_1}^{x_2} F_x \mathrm{d}x \quad \Rightarrow$

$$W = A_1 + A_2 = (5\text{ N})\cdot(4\text{ m}) + \frac{1}{2}(5\text{ N})\cdot(2\text{ m}) = 25\text{ Nm} = 25\text{ J}$$

Geradengleichung $F_x = F_{0,x} + \frac{\Delta F_x}{\Delta x} x = F_{0,x} + k\,x$

von $x_0 = 0$ m bis $x_1 = 4$ m ist $F_x = 5$ N

von $x_1 = 4$ m bis $x_2 = 6$ m ist $F_x = 15\text{ N} + \left(-2.5\text{ N m}^{-1}\right)x$

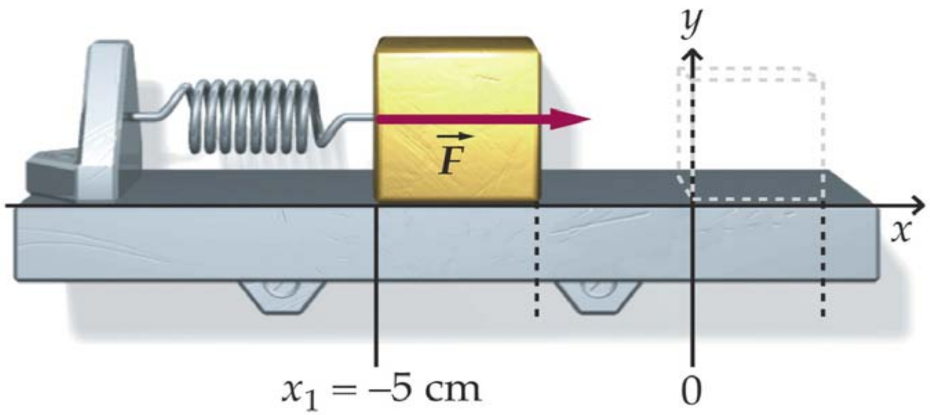
$$W = \int_{x_0}^{x_1} F_x \mathrm{d}x + \int_{x_1}^{x_2} F_x \mathrm{d}x = \int_{x_0}^{x_1} F_{0,x} \mathrm{d}x + \int_{x_1}^{x_2} \left(F_{0,x} + k\,x\right)\mathrm{d}x =$$

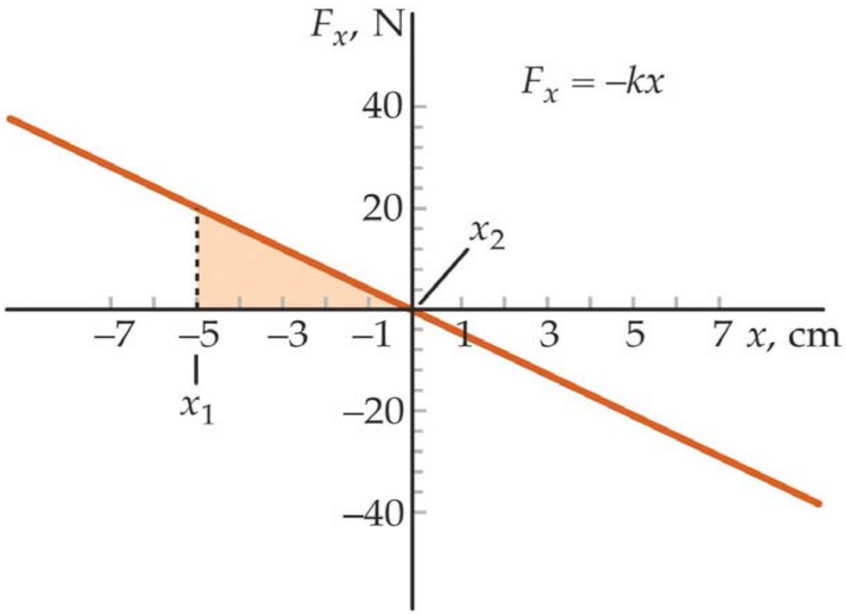
$$= F_{0,x}\left(x_1 - x_0\right) + F_{0,x}\left(x_2 - x_1\right) + \frac{1}{2}k\left(x_2^2 - x_1^2\right) =$$

$$= (5\text{ N})\cdot(4\text{ m}) + (15\text{ N})\cdot(2\text{ m}) + \frac{1}{2}\left(-2.5\text{ N m}^{-1}\right)\cdot\left(20\text{ m}^2\right) =$$

$$= 20\text{ J} + 30\text{ J} - 25\text{ J} = 25\text{ J}$$

Beispiel 6.5: Die von der Feder an einem Block verrichtete Arbeit





aus $W = \int_{x_1}^{x_2} F_x \mathrm{d}x$ mit $F_x = -k\,x \quad \Rightarrow$

$$W = -\int_{x_1}^{x_2} k\,x\,\mathrm{d}x = -k\int_{x_1}^{x_2} x\,\mathrm{d}x = -k\left.\frac{x^2}{2}\right|_{x_1}^{x_2} = -\frac{1}{2}k\left(x_2^2 - x_1^2\right)$$

aus $W = \Delta E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \quad \Rightarrow$

mit $v_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \sqrt{\frac{2W}{m}}$

6.2 Das Skalarprodukt (The dot product)

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \phi \qquad \text{6-10}$$

DEFINITION—DOT PRODUCT

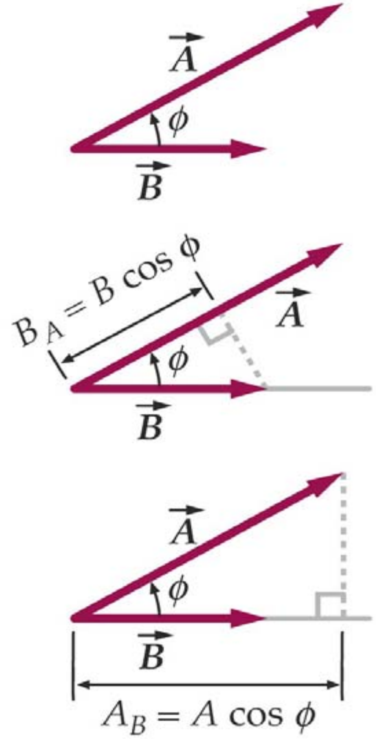


TABLE 6-1

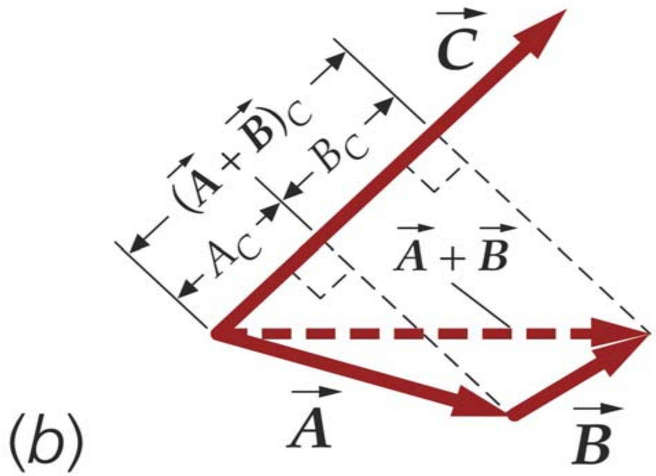
Properties of Dot Products

If	then
$\vec{A}$ and $\vec{B}$ are perpendicular,	$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ (since $\phi = 90°$, $\cos 90° = 0$)
$\vec{A}$ and $\vec{B}$ are parallel,	$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB$ (since $\phi = 0°$, $\cos 0° = 1$)
$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$,	Either $\vec{A} = 0$ or $\vec{B} = 0$ or $\vec{A}$ and $\vec{B}$ are perpendicular
Furthermore,	
$\vec{A} \cdot \vec{A} = A^2$	Since $\vec{A}$ is parallel to itself
$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$	Commutative rule of multiplication
$(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C} = \vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C}$	Distributive rule of multiplication

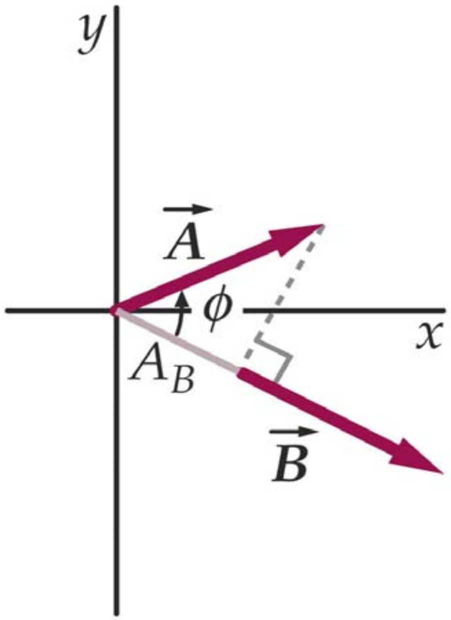
$$\vec{A} = A_x \vec{e}_x + A_y \vec{e}_y + A_z \vec{e}_z$$
$$\vec{B} = B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y + B_z \vec{e}_z$$
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \left(A_x \vec{e}_x + A_y \vec{e}_y + A_z \vec{e}_z \right) \cdot \left(B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y + B_z \vec{e}_z \right) =$$
$$= A_x B_x \cos 0 + A_x B_y \cos 90 + A_x B_z \cos 90 +$$
$$+ A_y B_x \cos 90 + A_y B_y \cos 0 + A_y B_z \cos 90 +$$
$$+ A_z B_x \cos 90 + A_z B_y \cos 90 + A_z B_z \cos 0 =$$
$$A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = A_i B_i \quad \text{wobei Konvention: } A_i B_i = \sum_{n=1}^{3} A_n B_n$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\vec{A} \cdot \vec{B} \right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(A_i \cdot B_i \right) = A_i \frac{\mathrm{d}B_i}{\mathrm{d}t} + B_i \frac{\mathrm{d}A_i}{\mathrm{d}t}$$

$$\left(\vec{A} + \vec{B} \right) \cdot \vec{C} = \left(A_i + B_i \right) C_i$$



Beispiel 6.6: Zur Anwendung des Skalarprodukts



$$\vec{A} = 3\vec{e}_x + 2\vec{e}_y$$

$$\vec{B} = 4\vec{e}_x - 3\vec{e}_y$$

$$\text{aus } \vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta \quad \Rightarrow \quad \cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|\vec{A}||\vec{B}|} = \frac{A_i B_i}{|\vec{A}||\vec{B}|}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_i B_i = 3\cdot 4 - 2\cdot 3 = 6$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{\vec{A}\cdot\vec{A}} = \sqrt{A_i A_i} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{\vec{B}\cdot\vec{B}} = \sqrt{B_i B_i} = \sqrt{16+9} = 5$$

$$\theta = \mathrm{acos}\left(\frac{6}{5\sqrt{13}}\right) = 70.6°$$

$$\vec{A} = 3\vec{e}_x + 2\vec{e}_y$$

$$\vec{B} = 4\vec{e}_x - 3\vec{e}_y$$

$$\text{aus } A_B = \vec{A}\cdot\vec{e}_B = \vec{A}\cdot\frac{\vec{B}}{|\vec{B}|} = |\vec{A}|\cos\theta \quad \Rightarrow$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_i B_i = 3\cdot 4 - 2\cdot 3 = 6$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{\vec{B}\cdot\vec{B}} = \sqrt{B_i B_i} = \sqrt{16+9} = 5$$

$$A_B = \frac{6}{5} \quad \text{bzw.} \quad A_B = \sqrt{13}\cos\left(\frac{6}{5\sqrt{13}}\right)$$

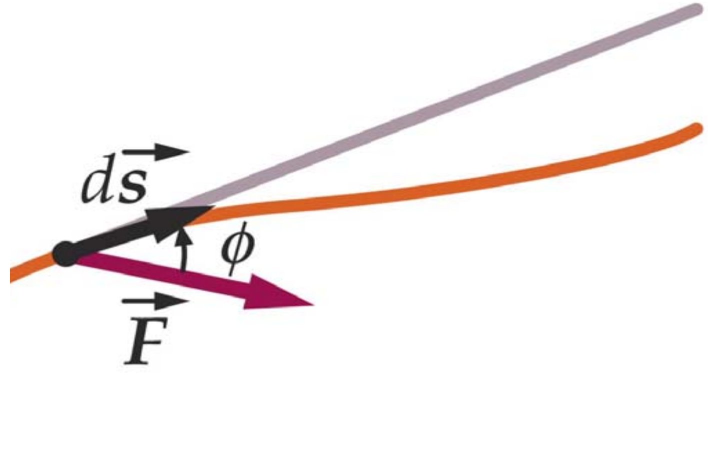
$$\text{wobei} \quad \theta = \mathrm{acos}\left(\frac{6}{5\sqrt{13}}\right) = 70.6°$$

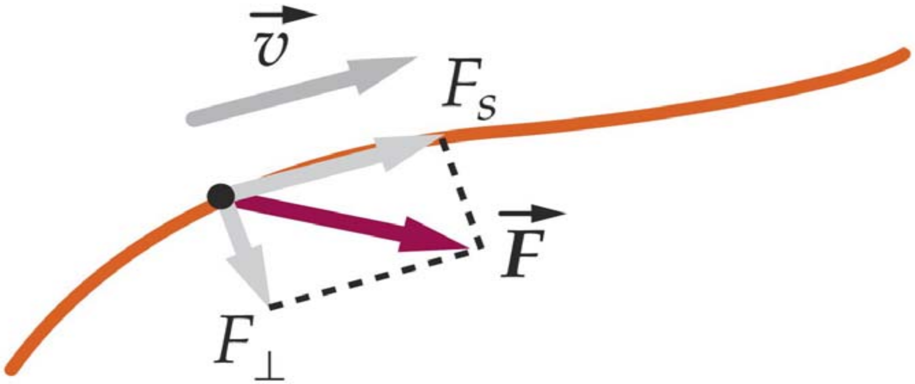
$$dW = F \cos \phi \, ds = \vec{F} \cdot d\vec{s} \qquad \text{6-14}$$

INCREMENTAL WORK

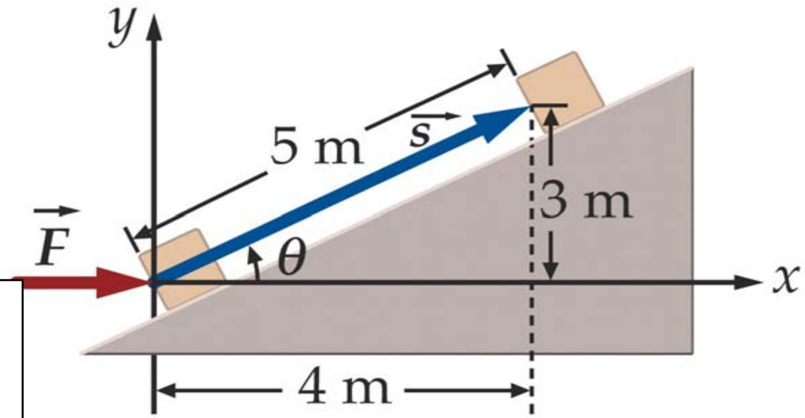
$$W = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F} \cdot d\vec{s} \qquad \text{6-15}$$

THE DEFINITION OF WORK





Beispiel 6.7: Verschieben einer Kiste



$$\vec{F} = (100\text{ N})\vec{e}_x + (0\text{ N})\vec{e}_y$$

Verschiebungsvektor:

Startpunkt Koordinaten (0,0), Endpunkt Koordinaten (4,3) $\Rightarrow$

$$\vec{s} = (4\text{ m})\vec{e}_x + (3\text{ m})\vec{e}_y$$

$$W = \vec{F}\cdot\vec{s} = F_i\, s_i = 400\text{ J}$$

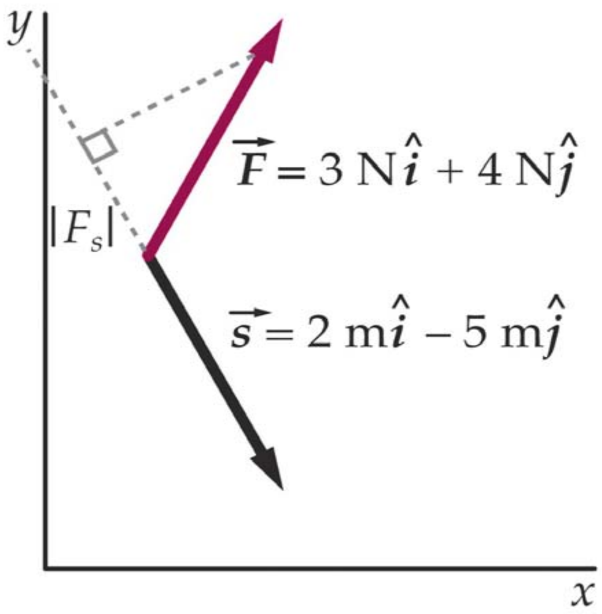
$$\cos\theta = \frac{\vec{F}\cdot\vec{s}}{\left|\vec{F}\right|\left|\vec{s}\right|} = \frac{400\text{ J}}{(100\text{ N})(5\text{ m})} = \frac{4}{5} \quad \Rightarrow$$

$$W = \left|\vec{F}\right|\left|\vec{s}\right|\cos\theta = (100\text{ N})(5\text{ m})\frac{4}{5} = 400\text{ J}$$

$$F_s = \vec{F}\cdot\vec{e}_s = \vec{F}\cdot\frac{\vec{s}}{\left|\vec{s}\right|} = \left|\vec{F}\right|\cos\theta = 80\text{ J} \quad \Rightarrow \quad W = F_s\left|\vec{s}\right| = 400\text{ J}$$

$$s_F = \vec{s}\cdot\vec{e}_F = \vec{s}\cdot\frac{\vec{F}}{\left|\vec{F}\right|} = \left|\vec{s}\right|\cos\theta = 4\text{ m} \quad \Rightarrow \quad W = \left|\vec{F}\right| s_F = 400\text{ J}$$

Beispiel 6.8: Ein verschobenes Teilchen



aus $W = \vec{F} \cdot \vec{s} \quad \Rightarrow$

mit $\vec{F} = (3\text{ N})\vec{e}_x + (4\text{ N})\vec{e}_y$ und $\vec{s} = (2\text{ m})\vec{e}_x - (5\text{ m})\vec{e}_y \quad \Rightarrow$

$W = F_i\, s_i = F_x s_x + F_y s_y = 6\text{ J} - 20\text{ J} = -14\text{ J}$

Kraftkomponente in Richtung $\vec{s} \quad \Rightarrow$

$$F_s = \vec{F} \cdot \vec{e}_s = \vec{F} \cdot \frac{\vec{s}}{|\vec{s}|}$$

mit $|\vec{s}| = \sqrt{\vec{s} \cdot \vec{s}} = \sqrt{s_i\, s_i} = \sqrt{s_x s_x + s_y s_y} = \sqrt{4+25}\text{ m} = \sqrt{29}\text{ m}$

$$\Rightarrow \quad F_s = \frac{-14\text{ J}}{\sqrt{29}\text{ m}} = -2.60\text{ N}$$

Beispiel 6.9: Die Ableitung des Skalarproduktes

aus $v^2 = \vec{v} \cdot \vec{v} = v_i v_i \quad \Rightarrow$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v_i v_i) = \frac{\mathrm{d}v_i}{\mathrm{d}t} v_i + v_i \frac{\mathrm{d}v_i}{\mathrm{d}t} = 2 v_i \frac{\mathrm{d}v_i}{\mathrm{d}t} = 2 v_i\, a_i = 2\vec{v} \cdot \vec{a}$$

Leistung

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \qquad 6\text{-}17$$

DEFINITION—POWER

SI-Einheit der Leistung:

Watt (W)

$1\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{J\ s^{-1}}$

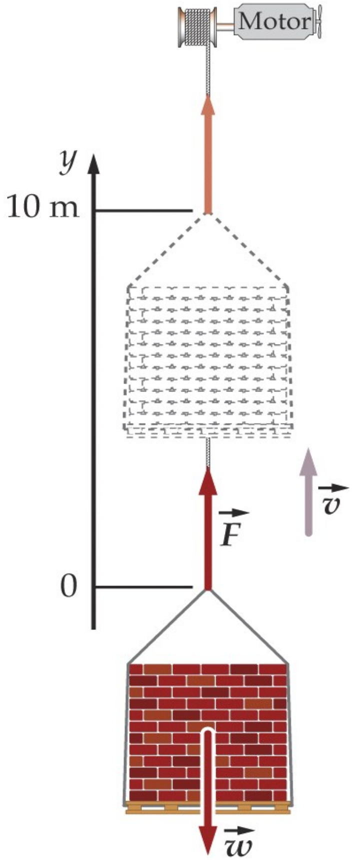
Energieunternehmen stellen Energie, nicht Leistung, in Rechnung:

$1\ \mathrm{kWh} = 1000\ \mathrm{W} \times 3600\ \mathrm{s} = 3.6 \times 10^6\ \mathrm{J} = 3.6\ \mathrm{MJ}$

Nicht-SI-Einheit Pferdestärke (PS)

$1\ \mathrm{PS} = 735.5\ \mathrm{W}$

Beispiel 6.10: Die Leistung eines Motors



aus $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}||\vec{v}|\cos\theta$ mit

$$|\vec{F}| = 800\text{ N} \quad |\vec{v}| = \frac{10\text{ m}}{20\text{ s}} = 0.5\text{ ms}^{-1} \quad \theta = 0° \quad \Rightarrow$$

$$P = 800\text{ N} \times 0.5\text{ ms}^{-1} = 400\text{ Nms}^{-1} = 400\text{ W}$$

$$\text{bzw. } P = 400\text{ W} \times \frac{1}{735.5}\text{PS W}^{-1} = 0.54\text{ PS}$$

Beispiel 6.11: Leistung und kinetische Energie

zu zeigen: $P = \dfrac{dE_{kin}}{dt}$

aus Beispiel 6.9 $\Rightarrow \dfrac{dv^2}{dt} = 2\vec{a}\cdot\vec{v} \quad \Rightarrow$

erweitert mit $\dfrac{m}{2} \quad \Rightarrow$

$$\frac{m}{2}\frac{dv^2}{dt} = \frac{d\,mv^2/2}{dt} = \frac{dE_{kin}}{dt} = \frac{m}{2}2\vec{a}\cdot\vec{v} = \vec{F}\cdot\vec{v} = P$$

6.3 Arbeit und Energie in drei Dimensionen (Work and energy in three dimensions)

$$\text{aus } \frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{kin}}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}\cdot\vec{v} = \vec{F}\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{s}}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow$$

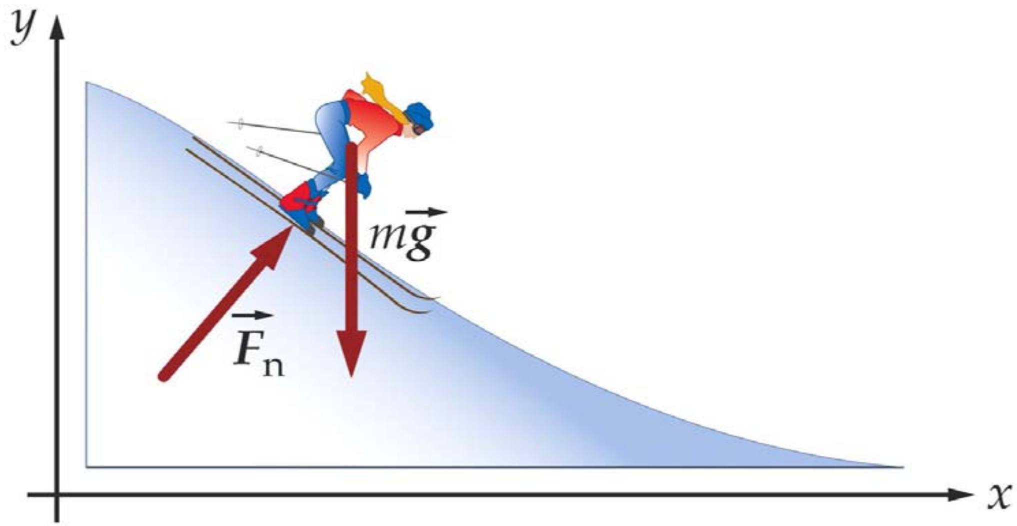
$$\int_1^2 \frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{kin}}}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = \int_1^2 \vec{F}\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{s}}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t \quad \Rightarrow \quad \Delta E_{\mathrm{kin}} = \int_1^2 \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = W$$

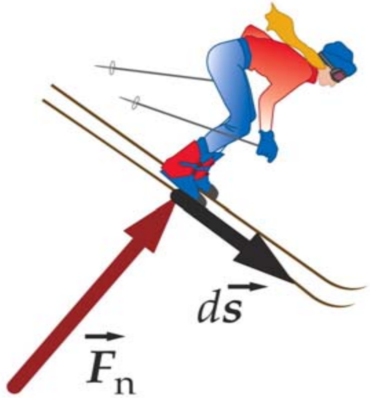
$$W_{\mathrm{total}} = \int_1^2 \vec{F}_{\mathrm{net}} \cdot d\vec{s} = K_2 - K_1 = \Delta K \qquad \text{6-19}$$

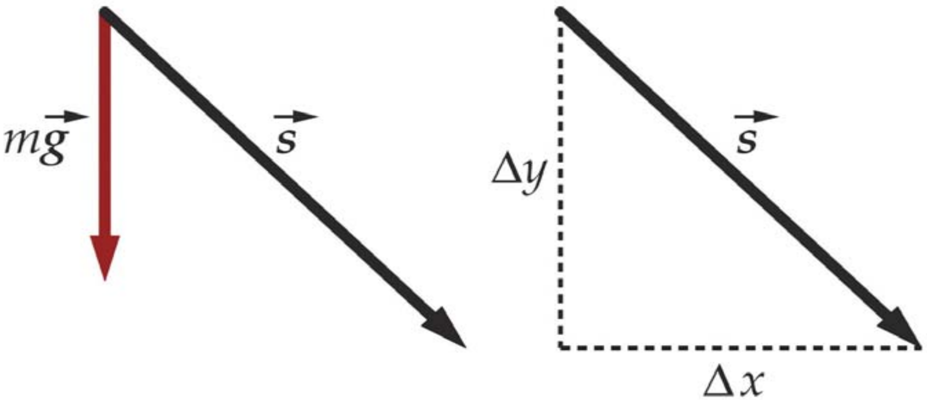
WORK–KINETIC ENERGY EQUATION IN THREE DIMENSIONS

hier K entspricht E_{kin}

Beispiel 6.12: Skilauf als Arbeit







aus $W = \Delta E_{\mathrm{kin}}$ und $W = W_{\mathrm{n}} + W_g \quad \Rightarrow$

von der Normalkraft geleistete Arbeit:

$$\mathrm{d}W_{\mathrm{n}} = \vec{F}_{\mathrm{n}} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = F_{\mathrm{n}} \cos\Phi \, \mathrm{d}s$$

da $\vec{F}_{\mathrm{n}} \perp \mathrm{d}\vec{s} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}W_{\mathrm{n}} = \vec{F}_{\mathrm{n}} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0 \quad \Rightarrow \quad W_{\mathrm{n}} = 0$

$$\mathrm{d}W_g = \vec{F}_g \cdot \mathrm{d}\vec{s} = -mg\vec{e}_y \cdot \left(\mathrm{d}x\,\vec{e}_x + \mathrm{d}y\,\vec{e}_y\right) = -m\,g\,\mathrm{d}y \quad \Rightarrow$$

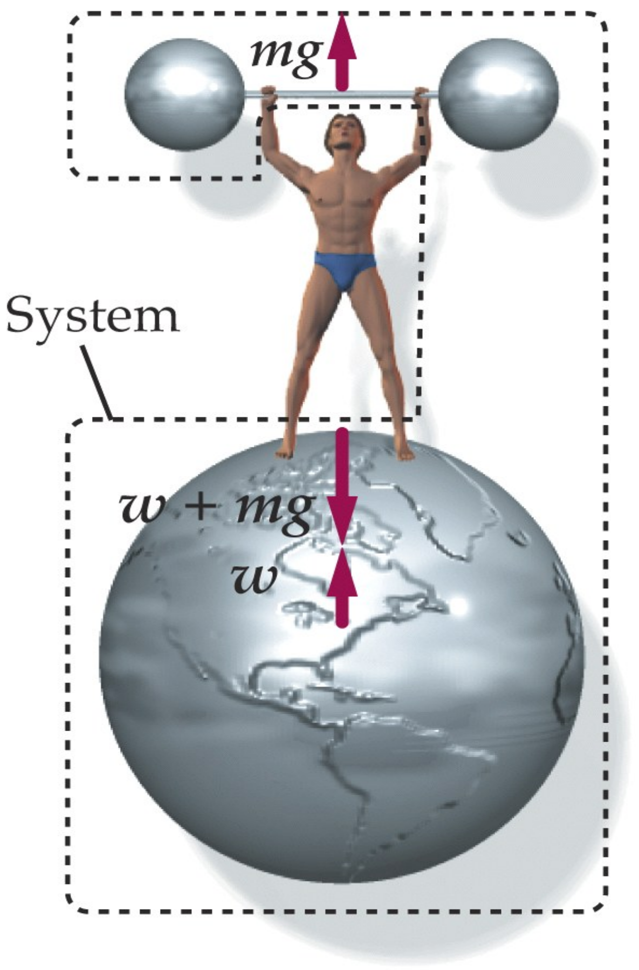
$$W_g = \int_1^2 \mathrm{d}W_g = \int_h^0 -m\,g\,\mathrm{d}y = m\,g\,h \quad \Rightarrow$$

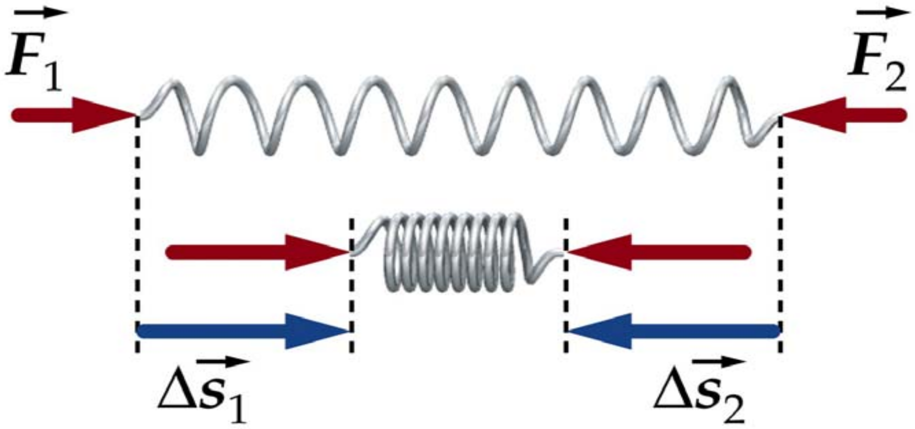
$$W = W_{\mathrm{n}} + W_g = mgh = \Delta E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2}mv_{\mathrm{end}}^2 - \frac{1}{2}mv_{\mathrm{anf}}^2$$

mit $v_{\mathrm{anf}} = 0 \quad \Rightarrow$

$$mgh = \frac{1}{2}mv_{\mathrm{end}}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{\mathrm{end}} = \sqrt{2gh}$$

6.4 Potentielle Energie (Potential energy)





Erhöhung der potentiellen Energie beim Zusammendrückem der Feder

Wenn der Gewichtheber das Gewicht anhebt, verrichtet er Arbeit an das System.

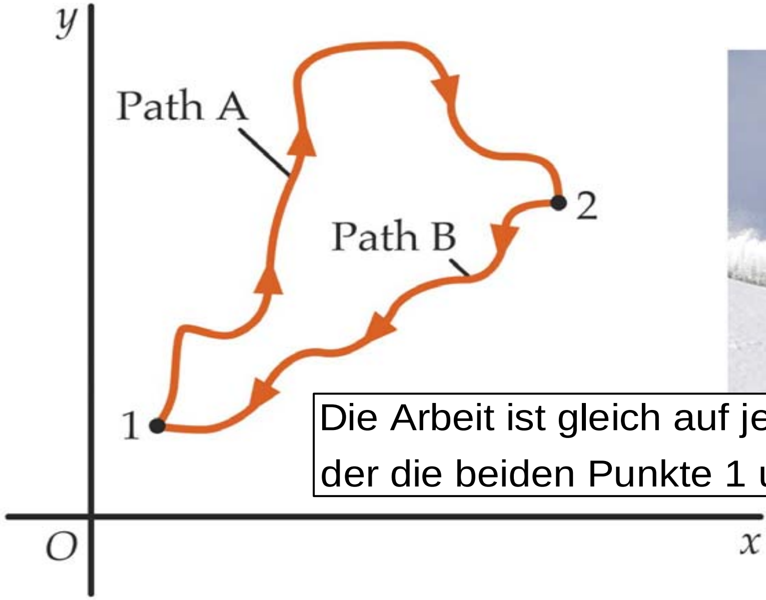
Konservative Kräfte

A force is conservative if the total work it does on a particle is zero when the particle moves around *any* closed path, returning to its initial position.

DEFINITION—CONSERVATIVE FORCE

The work done by a conservative force on a particle is independent of the path taken as the particle moves from one point to another.

ALTERNATIVE DEFINITION—CONSERVATIVE FORCE



Die Arbeit ist gleich auf jedem Weg, der die beiden Punkte 1 und 2 verbindet

Nichtkonservative Kräfte

Die Schubkraft um einen Karton entlang einer Gerade auf einem Tisch zu verschieben ist ein Besipiel für eine nichtkonservative Kraft, für die man deshalb auch keine potentielle Energie definieren kann.

Die Funktion der potentiellen Energie

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -\int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} \qquad \text{6-20}a$$

$$\boxed{U = E_{\text{pot}}}$$

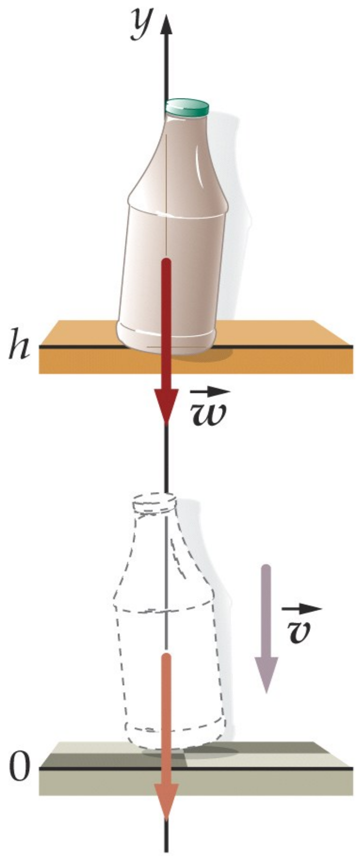
DEFINITION—POTENTIAL-ENERGY FUNCTION

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{s} \qquad \text{6-20}b$$

$$U = U_0 + mgy \qquad \text{6-21}$$

GRAVITATIONAL POTENTIAL ENERGY NEAR THE EARTH'S SURFACE

Beispiel 6.13: Die fallende Flasche



Die potentielle Energie einer Feder

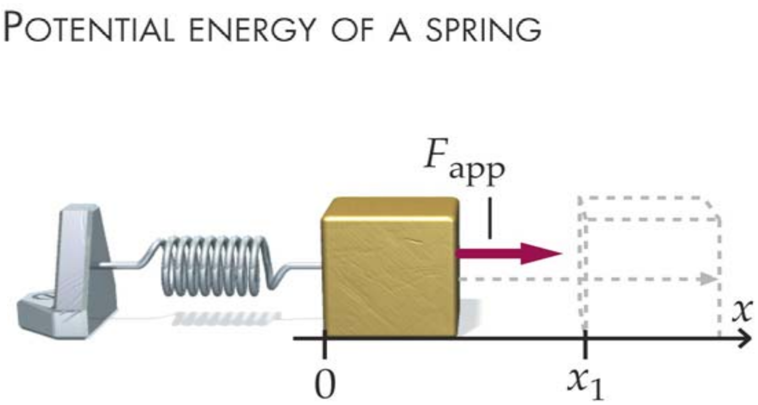
$$U = \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad \text{6-22}$$

$$\text{aus } \Delta E_{\text{pot}} = E_{\text{pot},2} - E_{\text{pot},1} = -\int_1^2 \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{s} \quad \Rightarrow$$

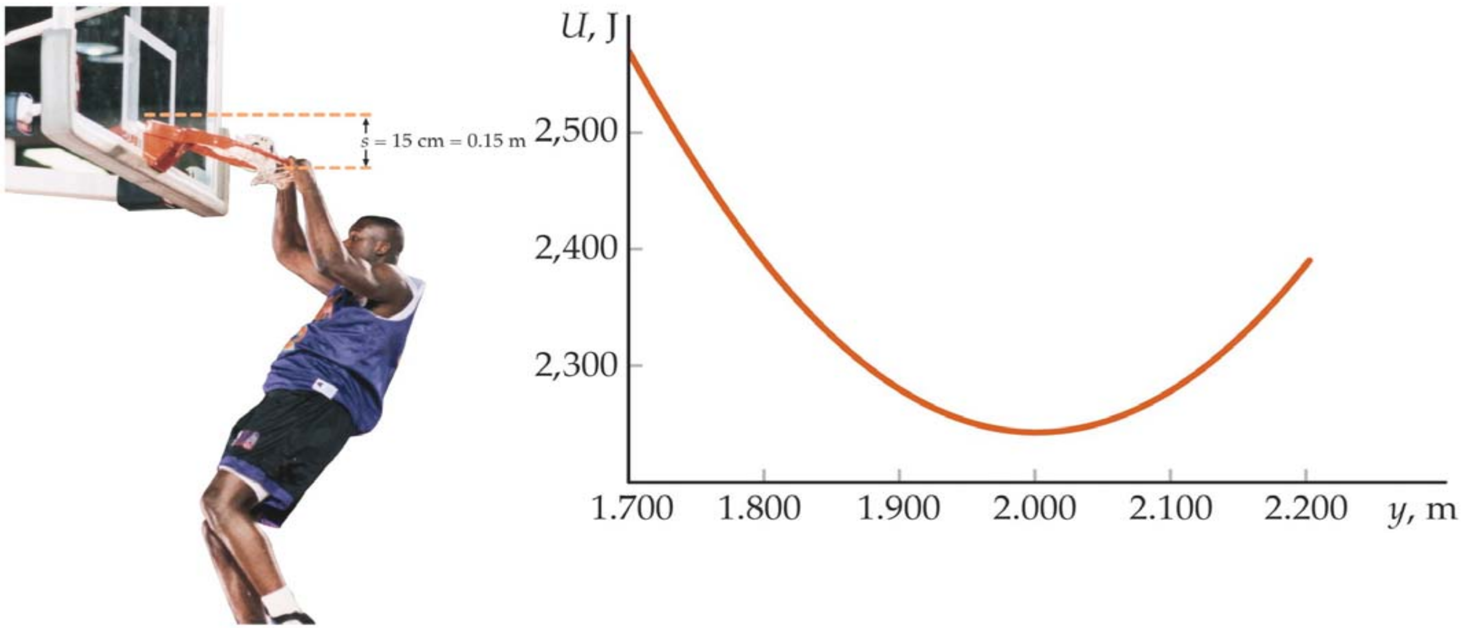
$$\text{mit } \vec{F} = F_x \vec{e}_x = -k_{\mathrm{F}} x\, \vec{e}_x \quad \Rightarrow$$

$$E_{\text{pot},2} - E_{\text{pot},1} = -\int_1^2 \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\int_{x_1}^{x_2} F_x\, \mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_2} k_{\mathrm{F}} x\, \mathrm{d}x = \frac{1}{2} k_{\mathrm{F}}\, x^2 \Big|_{x_1}^{x_2} \quad \Rightarrow$$

$$E_{\text{pot},2} - E_{\text{pot},1} = \frac{1}{2} k_{\mathrm{F}} x_2^2 - \frac{1}{2} k_{\mathrm{F}} x_1^2$$



Beispiel 6.14: Die potentielle Energie eines Basketballspielers



Potentielle Energie uund Gleichgewicht

$$F_x = -\frac{dU}{dx} \qquad 6\text{-}23$$

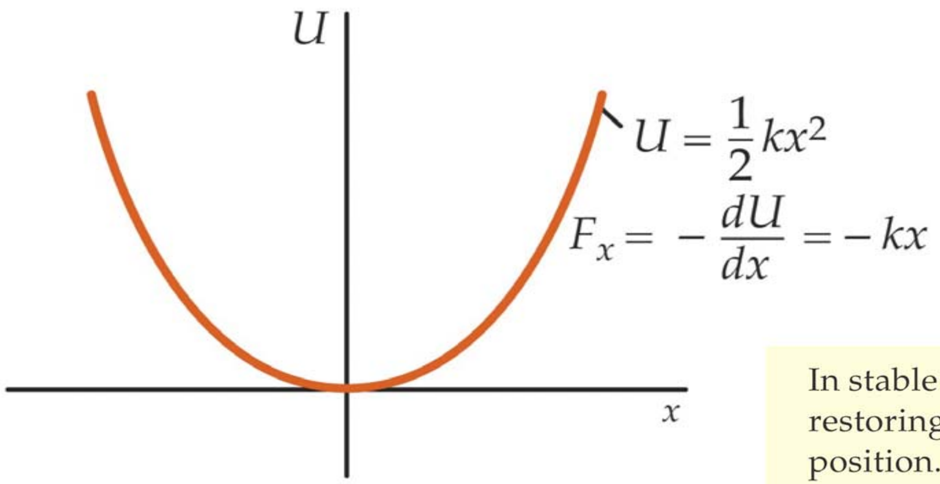
Die Kraft ist die negative Ableitung der potentiellen Energie nach dem Ort (gilt für konservative Kräfte)

Beispiel: Feder

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} k_F x^2 \quad \Rightarrow \quad F_x = -\frac{dE_{\text{pot}}}{dx} = -k_F x$$

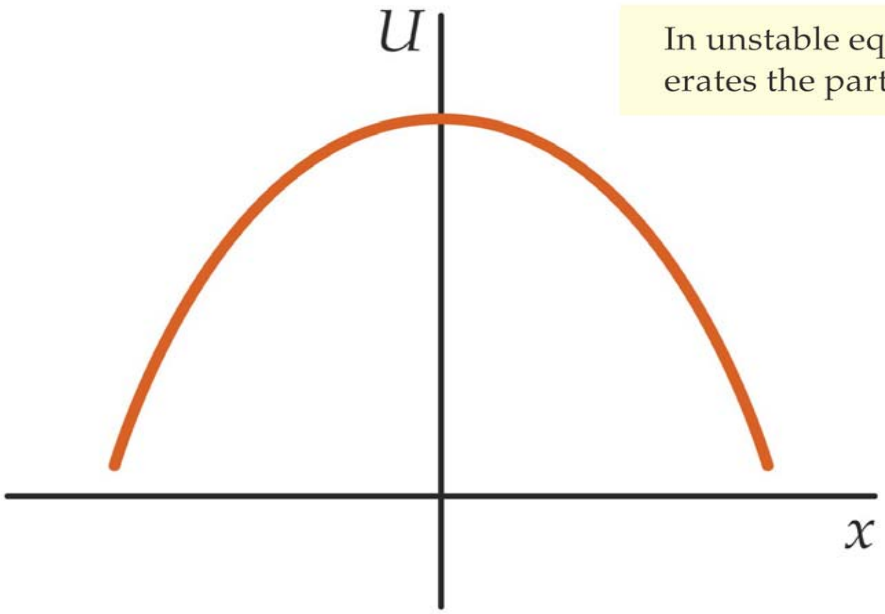
A particle is in equilibrium if the net force acting on it is zero.

CONDITION FOR EQUILIBRIUM

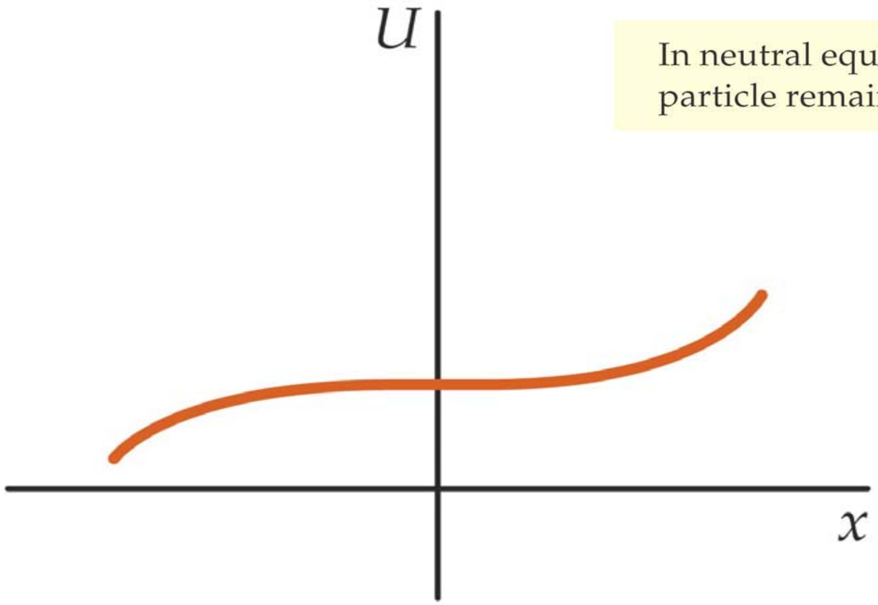


In stable equilibrium, a small displacement in any direction results in a restoring force that accelerates the particle back toward its equilibrium position.

Ein Minimum der potentiellen Energie bedeutet einen Punkt mit stabilem Gleichgewicht



In unstable equilibrium, a small displacement results in a force that accelerates the particle away from its equilibrium position.



In neutral equilibrium, a small displacement results in zero force and the particle remains in equilibrium.

sonstige Literatur

Alonso-Finn

9. Arbeit und Energie

9.1 Einführung
9.2 Arbeit
9.3 Leistung
9.4 Einheiten der Arbeit und der Leistung
9.5 Kinetische Energie
9.6 Einheiten der Energie
9.7 Arbeit einer konstanten Kraft
9.8 Potentielle Energie
9.9 Beziehung zwischen Kraft und potentielle Energie
9.10 Energieerhaltung eines Teilchens
9.11 Diskussion von Kurven der potentiellen Energie
9.12 Nichtkonservative Kräfte und Energiedissipation