Tipler-Mosca

R. Die spezielle Relativitätstheorie (Special relativity)

R.1 Das Relativitätsprinzip und die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit
R.2 Bewegte Stäbe (Moving sticks)
R.3 Bewegte Uhren (Moving clocks)
R.4 Noch einmal bewegte Stäbe (Moving sticks again)

R.5 Weit voneinander entfernte Uhren und Gleichzeitigkeit (Distant clocks and simultaneity)

R.6 Anwendung der Gesetzmäßigkeiten der speziellen Relativitätstheorie (Applying the rules)

R.7 Relativistischer Impuls, Masse und Energie (Relativistics Momentum, Mass, and Energy)

siehe auch Teil 39: Relativitätstheorie

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} \qquad \text{R-3}$$

TIME DILATION

Begriff Lichtjahr

1 Lichtjahr = 1 $c \cdot \mathrm{y}$

Beispiel: Teilchen $v = 0.1c$

Strecke $\Delta\ell = 25$ Lichtjahre = 25 $c \cdot \mathrm{y} \Rightarrow$

benötigte Zeit $\Delta t = \dfrac{\Delta\ell}{v} = 250$ Jahre

R.1 Das Relativitätsprinzip und die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit (The principle of relativity and the constancy of light)

It is impossible to devise an experiment that determines whether you are at rest or moving uniformly.

POSTULATE I, THE PRINCIPLE OF RELATIVITY

Unter gleichförmiger Bewegung versteht man dabei die Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit relativ zu einem Inertialsystem.
(Siehe Teil 2 bzw. 4) Jedes Bezugssystem, in dem ein Teilchen, auf das keine Kräfte einwirken, sich mit konstanten Geschwindigkeit bewegt, ist ein Inertialsystem.

The speed of light is independent of the speed of the light source.

POSTULATE II

1887 Michelson und Morley: interferometrisches Experiment $\Rightarrow$ Geschwindigkeit der Erde relativ zum "Äther" = 0
1905 Einstein: Aufstellung der speziellen Relativitätstheorie, konsistent mit den experimentellen Beobachtungen, Äther unnötiges Konstrukt

The speed of light c is the same in any inertial reference frame.

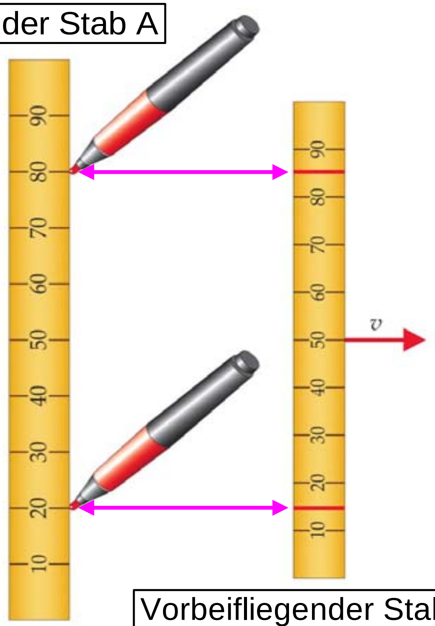
THE CONSTANCY OF THE SPEED OF LIGHT

Die intuitive Vorstellung von Raum und Zeit ist zu revidieren

R.2 Bewegte Stäbe (Moving sticks)

A stick moving perpendicular to its length has the same length as an identical stationary stick.

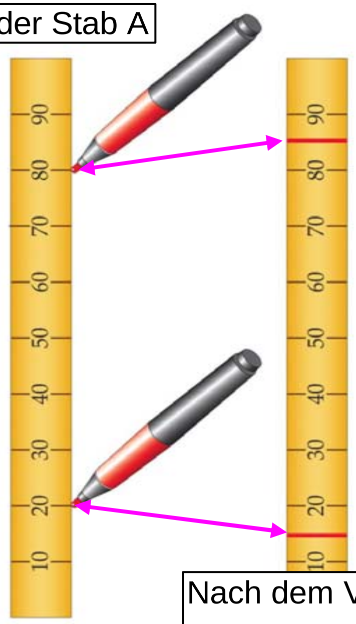
Ruhender Stab A



Vorbeifliegender Stab B

Annahme: Verkürzung bei Bewegung

Ruhender Stab A



Nach dem Vorbeiflug ruhender Stab B

Das Bezugssystem, in dem die beiden Stäbe in Ruhe sind, wird Eigen- oder Ruhebezugssystem genannt.
Die Länge eines Stabs in seinem Ruhebezugssystem bezeichnet man als Eigenlänge oder Ruhelänge.

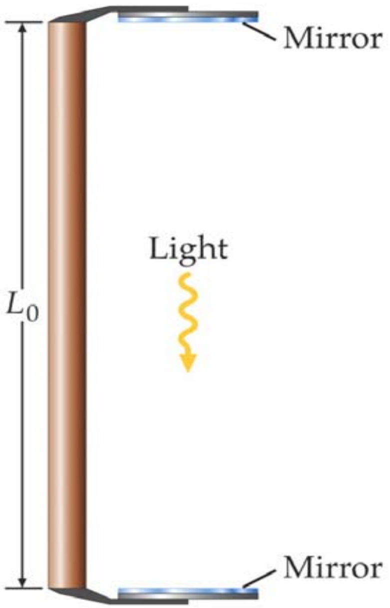
It is impossible to devise an experiment that determines whether you are at rest or moving uniformly.

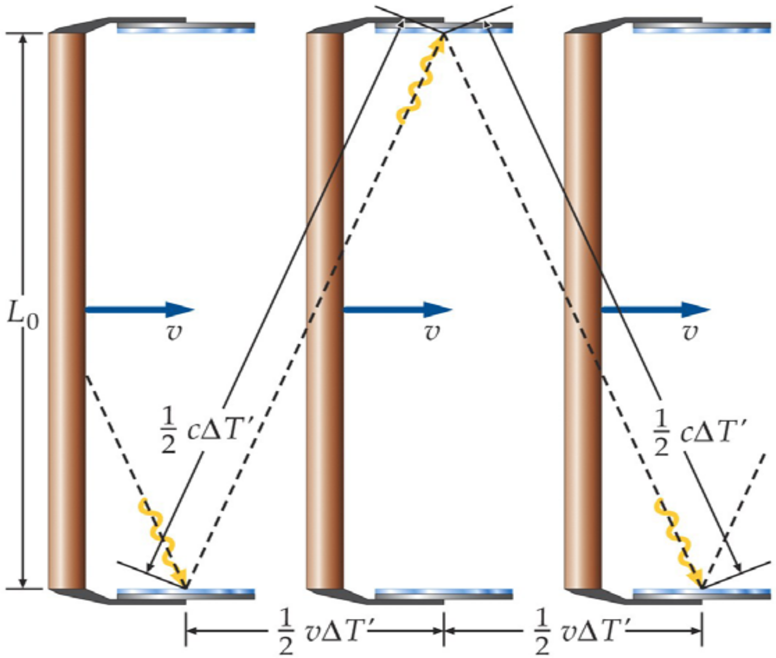
POSTULATE I, THE PRINCIPLE OF RELATIVITY

Nach dem ersten Postulat (Relativitätsprinzip) gleichwertige Situation gegeben durch
Stab B in Ruhe beim Vorbeiflug, Stab A bewegt $\Rightarrow$
aus Befund (rote Markierungen auf Stab B) $\Rightarrow$ bewegter Stab A länger als ruhender Stab B $\Rightarrow$ Widerspruch

R.3 Bewegte Uhren (Moving clocks)

Lichtuhr, bewegt





Lichtuhr, ruhend

Eigenbezugssystem:
Zurückgelegte Entfernung zwischen zwei Lichtpulsen: $2L_0 = cT_0$

Relativ zum Bezugssystem bewegte Uhr:
Zurückgelegte Entfernung zwischen zwei Lichtpulsen:

Uhr $\Rightarrow \quad vT$

Lichtpuls $\Rightarrow \quad cT = 2\sqrt{L_0^2 + \left(\frac{1}{2}vT\right)^2}$

mit $L_0 = \frac{1}{2}cT_0 \quad \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}cT = \sqrt{\left(\frac{1}{2}cT_0\right)^2 + \left(\frac{1}{2}vT\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}c^2T^2 = \frac{1}{4}c^2T_0^2 + \frac{1}{4}v^2T^2 \quad \Rightarrow$$

$$T^2\left(c^2 - v^2\right) = c^2T_0^2 \quad \Rightarrow \quad T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Beispiel R.1: Die schlummernden Astronauten

Raumschiff $v = 0.6c$

Astronaut im Raumschiff: Eingenzeitintervall $T_0 = 1\,\text{h}$

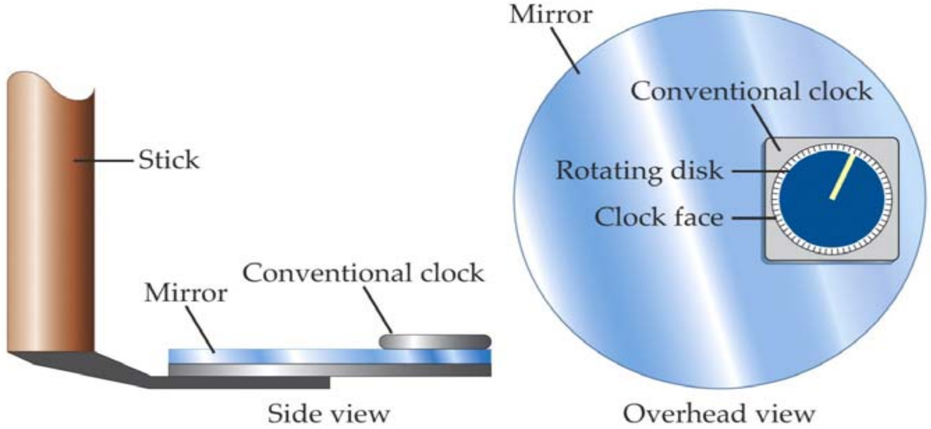
gesucht: Zeitintervall im Bezugssystem der Erde

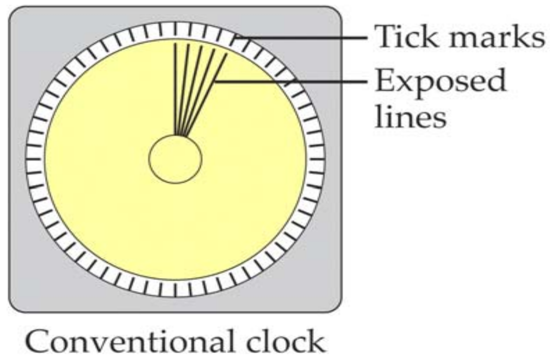
aus Gl. R-3 $T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{1\,\text{h}}{\sqrt{1-(0.6)^2}} = 1.25\,\text{h}$

Übung: Pion $T_0 = 26\,\text{ns} \quad v = 0.995c \quad \Rightarrow \quad T = \frac{26\,\text{ns}}{\sqrt{1-(0.995)^2}} = 260\,\text{ns}$

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} \qquad \text{R-3}$$

TIME DILATION





Zwei synchronisierte Uhren ticken im Eigensystem jeder Uhr und in einem mit *v* bewegten sich gleichförmig bewegenden Bezugssystem simultan

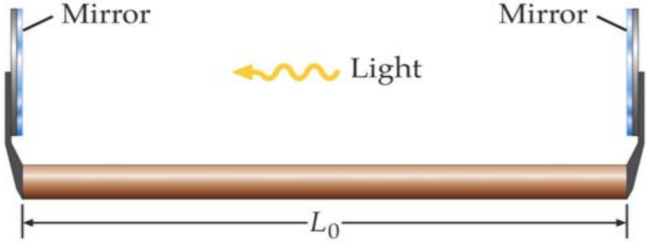
Etwas, das zu einem bestimmten Moment in der Zeit an einem bestimmten Ort im Raum geschieht, nennt man Raumzeitereignis oder Ereignis.

If two events occur at the same time and at the same place in one reference frame, then they occur at the same time and at the same place in all reference frames.

PRINCIPLE OF INVARIANCE OF COINCIDENCES

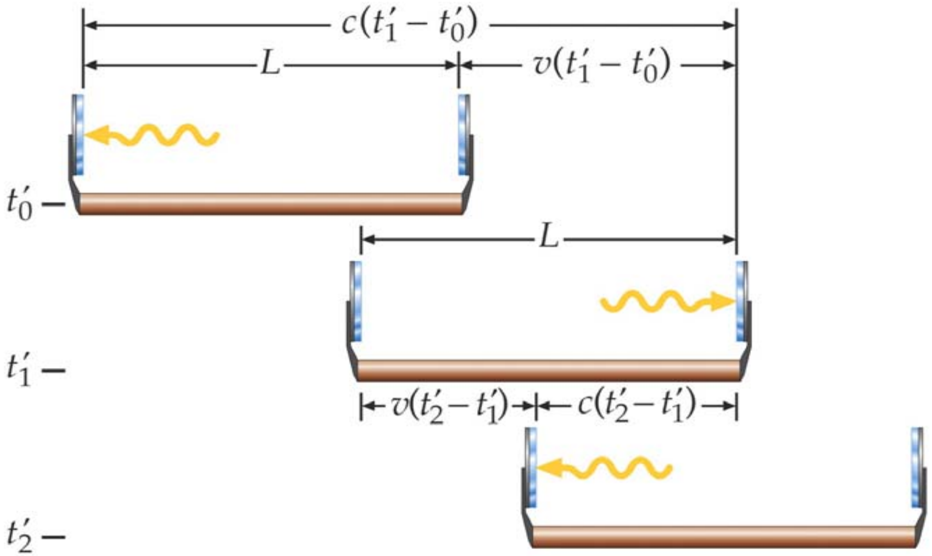
Wenn zwei Ereignisse zur selben Zeit und am selben Ort stattfinden, bezeichnet man dieses Ereignispaar als Raumzeitkoinzidenz.

R.4 Noch einmal bewegte Stäbe (Moving sticks again)



Parallel bewegter Stab:

Im Eigenbezugssystem der Lichtuhr $\Rightarrow t_2 - t_0 = \dfrac{2L_0}{c}$



$$L = L_0\sqrt{1 - (v^2/c^2)} \qquad \text{R-9}$$

LENGTH CONTRACTION

Ereignis 0: Der Lichtpuls wird am linken Spiegel reflektiert
Ereignis 1: Der Lichtpuls wird am rechten Spiegel reflektiert
Ereignis 2: Der Lichtpuls wird am linken Spiegel reflektiert

Im Bezugssystem, in dem sich die Lichtuhr mit Geschwindingkeit v nach rechts bewegt:

zwischen t_0' und t_1': Lichtuhr bewegt sich um $v\left(t_1' - t_0'\right)$,

Lichtpuls bewegt sich um $c\left(t_1' - t_0'\right) \Rightarrow$

$$c\left(t_1' - t_0'\right) = L + v\left(t_1' - t_0'\right) \quad \Rightarrow t_1' = \frac{L}{c - v} + t_0'$$

zwischen t_1' und t_2': Lichtuhr $v\left(t_2' - t_1'\right)$, Lichtpuls $c\left(t_2' - t_1'\right) \Rightarrow$

$$c\left(t_2' - t_1'\right) = L - v\left(t_2' - t_1'\right)$$

t_1' eingesetzt $\Rightarrow t_2' - t_0' = \dfrac{2L}{c\left(1 - \dfrac{v^2}{c^2}\right)}$

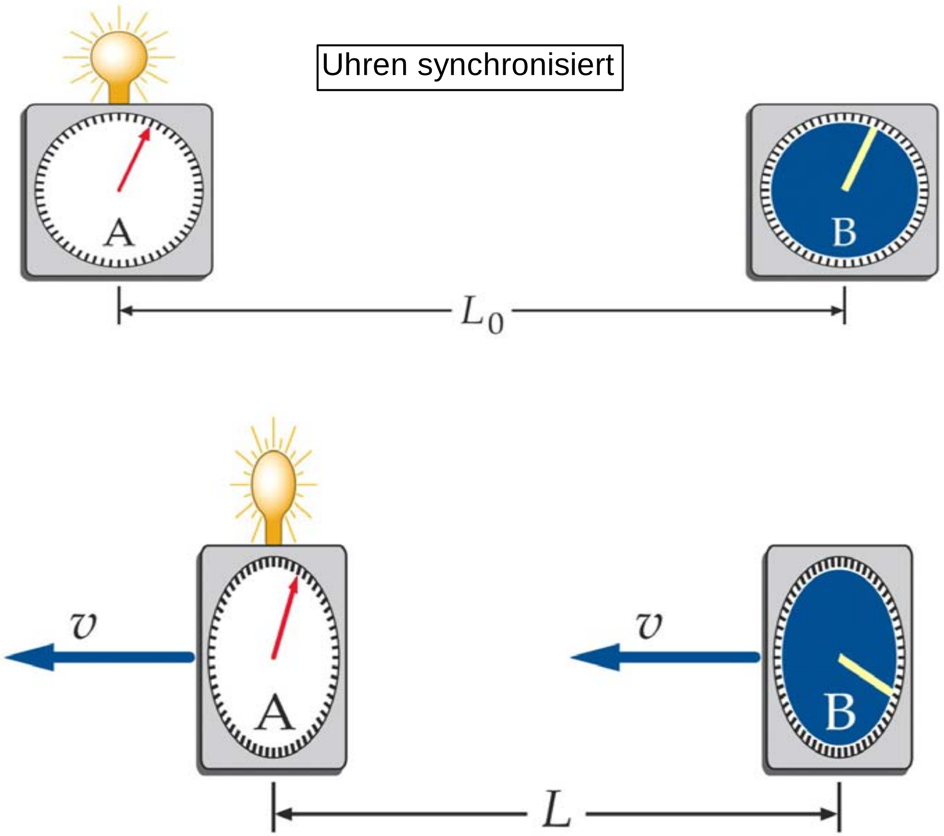
Mit Gl. R-3 (Zeitdilatation) $t_2' - t_0' = \dfrac{t_2 - t_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$ und

mit Gl. R-1 (Eigenbezugssystem) $t_2 - t_0 = \dfrac{2L_0}{c} \Rightarrow$

$$t_2' - t_0' = \frac{2L_0}{c\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \quad \Rightarrow \text{mit } t_2' - t_0' = \frac{2L}{c\left(1 - \dfrac{v^2}{c^2}\right)} \quad \Rightarrow$$

$$L = L_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

R.5 Weit voneinander entfernte Uhren und Gleichzeitigkeit (Distant clocks and simultaneity)



Bezugssystem 1: Ruhebezugssystem S

Lichtpuls $\Rightarrow$ Ausbreitungszeit von A nach B: $\frac{L_0}{c}$

Synchronisation von B bezüglich A: $\delta t = t_1 - \frac{L_0}{c} \quad \Rightarrow \quad t_{A,S} = t_{B,S}$

Bezugssystem 2 (S'): Uhren bewegen sich mit v $\Rightarrow$

Abstand zwischen den Uhren $L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

Lichtpuls $\Rightarrow$ Zurückgelegte Strecke $ct_{AB} = L - vt_{AB} \Rightarrow$

$$t_{AB} = \frac{L}{c+v}$$

da bewegte Uhren langsamer gehen (Zeitdilatation) $\Rightarrow$

$$t_{AB,S'} = \frac{L}{c+v}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \quad \Rightarrow \text{ mit } L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \quad \Rightarrow$$

$$t_{AB,S'} = \frac{L_0}{c+v}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{L_0}{c+v}\,\frac{c^2-v^2}{c^2} = \frac{L_0}{c+v}\,\frac{(c+v)(c-v)}{c^2} \Rightarrow$$

$$t_{AB,S'} = \frac{L_0}{c} - \frac{L_0}{c^2}v$$

Uhr B: Auftreffzeitpunkt Lichtblitz $\frac{L_0}{c}$ (Raumzeitkoinzindenz)

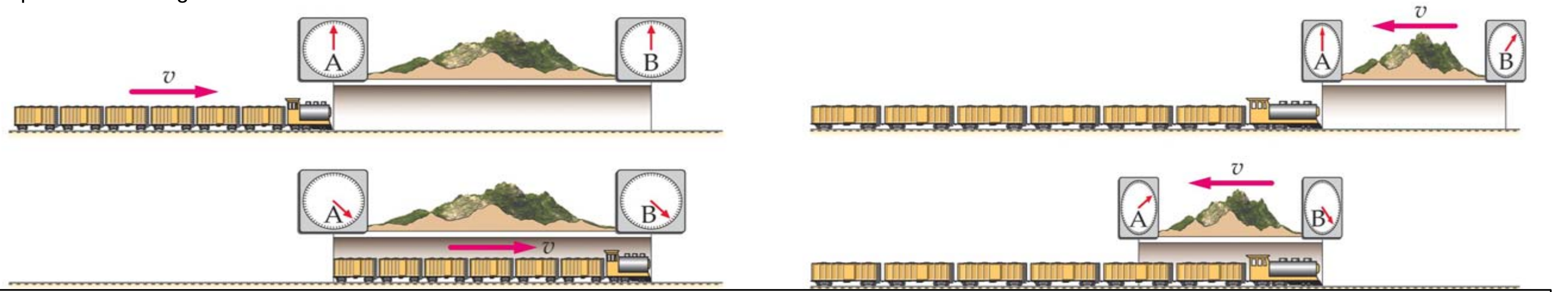
Uhr A: Anzeige beim Auftreffzeitpunkt Lichtblitz $\frac{L_0}{c} - \frac{L_0}{c^2}v$

If two clocks are synchronized in their rest frame, then in a frame where they move with speed v parallel to the line joining them the clock in the rear is ahead of the clock in the front by vL_0/c^2.

THE RELATIVITY OF SIMULTANEITY

R.6 Anwendung der Gesetzmäßigkeiten der speziellen Relativitätstheorie (Applying the rules)

Beispiel R.2: Ein Zug fährt durch einen Tunnel



Tunnel: Eigenlänge $L_{T,S} = 1.2$ km (Bezugssystem S = Berg), Zug: Eigenlänge $L_{Z,S'} = 2.0$ km (Bezugssystem S' = Zug),

im Bezugssystem S = Berg sei $L_{Z,S} = 1.2$ km synchronisierte Uhren A und B fest mit Bezugssystem S = Berg

Teil a) gesucht Geschwindigkeit des Zuges und Durchlaufzeit:

aus Gl. R.9 (Längenkontraktion) $L_{Z,S} = L_{Z,S'}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \frac{L_{Z,S}^2}{L_{Z,S'}^2} = 1-\frac{v^2}{c^2} \Rightarrow v = c\sqrt{1-\frac{L_{Z,S}^2}{L_{Z,S'}^2}} \Rightarrow v = c\sqrt{1-\frac{(1.2\text{ km})^2}{(2.0\text{ km})^2}} = 0.8c$

Im Eigensystem S = Berg Zug mit $v = 0.8c \Rightarrow$ Durchlaufzeit $\Delta t_S = \frac{L_{T,S}}{v} = \frac{1.2\times10^3\text{ m}}{0.8\left(3.0\times10^8\text{ ms}^{-1}\right)} = 5.0\ \mu\text{s}$

Teil b) gesucht Länge des Tunnels $L_{T,S'}$ und Uhrzeiten am Ein- und Ausgang

Im Bezugssystem S' = Zug hat Berg $v = 0.8c \Rightarrow$ aus Gl. R.9 Längenkontraktion $\Rightarrow L_{T,S'} = L_{T,S}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 0.72$ km

Annahme: wenn Zug bei A $\Rightarrow t_{A,S} = 0$ (Raumzeitkoinzidenz); bezogen auf S' ist A vordere Uhr, B hintere Uhr bewegt mit $v \Rightarrow$

zeitlicher Vorsprung von Uhr B gegenüber Uhr A im Bezugssystem Zug = S': $\delta t_{AB} = \frac{vL_{T,S}}{c^2} = \frac{v}{c}\frac{L_{T,S}}{c} = 0.8\frac{1.2\times10^3\text{ m}}{3.0\times10^8\text{ ms}^{-1}} = 3.2\ \mu\text{s}$

wenn Zug bei B $\Rightarrow t_{B,S} = 5\ \mu\text{s}$ (Raumzeitkoinzidenz); bezogen auf S' ist A vordere Uhr, B hintere Uhr bewegt mit $v \Rightarrow$

zeitlicher Vorsprung von Uhr B gegenüber Uhr A im Bezugssystem Zug = S': $\delta t_{AB} = \frac{vL_{T,S}}{c^2} = 3.2\ \mu\text{s}$

also wenn Zug bei B $\Rightarrow t_{B,S} = t_{B,S'} = t_{A,S} = 5\ \mu\text{s}$ aber $t_{A,S'} = 5-3.2\ \mu\text{s} = 1.8\ \mu\text{s}$

Teil c) Passagier auf S' $\Rightarrow$ Tunneldurchfahrzeit bei $v = 0.8c$: aus $L_{T,S'} = 720$ m $\Rightarrow t_{T,S'} = \frac{L_{T,S'}}{v} = \frac{720\text{ m}}{0.8c} = 3.0\ \mu\text{s}$

R.7 Relativistischer Impuls, Masse und Energie (Relativistics Momentum, Mass, and Energy)

Impuls und Masse

Genauso wie in der klassischen Physik bleiben auch in der speziellen Relativitätstheorie Impuls und Energie erhalten.

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}} \qquad \text{R-10}$$

RELATIVISTIC MOMENTUM

mit $m_{\text{rel}} = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ wobei m_0 Ruhemasse (im Ruhebezugssystem $v=0 \Rightarrow m_{\text{rel}} = m_0$) $\Rightarrow \quad p = m_{\text{rel}} v$

Energie

Genauso wie in der klassischen Mechnanik gilt in der relativistischen Mechanik:

(eindimensionaler Fall): $F = \dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \mathrm{d}sF = \mathrm{d}W = \dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}s = \mathrm{d}p\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = v\mathrm{d}p = \mathrm{d}E_{\text{kin}} \quad \Rightarrow$

aus Teil 39 $\Rightarrow \quad E_{\text{kin}} = \dfrac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2$

mit $E = \dfrac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ relativistische Gesamtenergie $\Rightarrow \quad E = E_{\text{kin}} + m_0 c^2$ wobei $E_0 = m_0 c^2$ Ruheenergie

Aus Gl. R.10 $p = \dfrac{m_0 v}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \quad \Rightarrow \quad pc = \dfrac{m_0 vc}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \quad \Rightarrow$ mit Gl. R.15 $\Rightarrow \quad \dfrac{pc}{E} = \dfrac{m_0 vc}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \dfrac{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}{m_0 c^2} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{pc}{E} = \dfrac{v}{c}$ Gl. R.16

$\Rightarrow$ mit Gl. R.10 $p = \dfrac{m_0 v}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} \quad \Rightarrow \quad p = \dfrac{m_0 pc^2}{E\sqrt{1-\dfrac{p^2c^2}{E^2}}} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{E^2 - p^2c^2} = m_0 c^2 \quad \Rightarrow \quad E^2 = p^2c^2 + \left(m_0 c^2\right)$ Gl. R.17

siehe auch http://teachers.web.cern.ch/teachers/archiv/HST2002/Bubblech/mbitu/basic_formulae.htm

Alonso-Finn

19. Das Relativitätsprinzip

19.1 Einführung
19.2 Die Lichtgeschwindigkeit
19.3 Die Lorentz-Transformation
19.4 Lorentz-Transformation der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen
19.5 Folgen der Lorentz-Transformation
19.6 Spezielle Relativitätstheorie
19.7 Impuls
19.8 Kraft
19.9 Energie
19.10 The allgemeine Relativitätstheorie

20. Hochenergieprozesse
20.1 Einführung
20.2 Energie und Impuls
20.3 Teilchensysteme
20.4 Hochenergiekollisionen
20.5 Teilchenzerfall

20.1 Einführung

Hochenergieprozesse verlangen die Einstein-Theorie der Relativität für ihre Analyse

http://teachers.web.cern.ch/teachers/archiv/HST2005/bubble_chambers/BCwebsite/gallery33.htm

20.2 Energie und Impuls

http://teachers.web.cern.ch/teachers/archiv/HST2002/Bubblech/mbitu/default.htm

Um viele Hochenergieprozesse zwischen Elementarteilchen zu analysieren ist oft ausreichend die

Impuls und Energie eines Teilchens mit Masse *m* und Geschwindigkeit ***v***

$$\boxed{\vec{p} = \frac{m\,\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}} \qquad \boxed{E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$$

wobei die Ruheenergie miteinbezogen ist. $\boxed{E_0 = mc^2}$

anders ausgedrückt: $\boxed{\vec{v} = \frac{c^2}{E}\vec{p}}$